Tentamen Quantumfysica I
18 augustus 1998

Iedere opgave op een apart vel
Naam, adres, studentnummer, studierichting en jaar van eerste inschrijving op ieder vel

Opgave 1 (25 punten)

Een deeltje met massa m en lading q bevindt zich in een één-dimensionale (x-richting) harmonische oscillator potentiaal met karakteristieke frequentie ω.

a) Wat is de Hamiltoniaan, die het systeem beschrijft.

b) Wat zijn de eigenwaarden van de energie van het systeem.

Het systeem wordt nu in een homogeen electrisch veld E in de x-richting gebracht.

c) Wat is de Hamiltoniaan, die het systeem nu beschrijft.

d) Toon aan dat de eigenwaarden van de energie van het systeem veranderd zijn met $-\dfrac{q^2 E^2}{2m\omega^2}$.

e) Maak een grafiek van de potentiaal term van de Hamiltoniaan voor het geval met en zonder electrisch veld en verklaar aan de hand hiervan het bij d) gevonden antwoord.

Iedere opgave op een apart vel
Naam, adres, studentnummer, studierichting en jaar van eerste inschrijving op ieder vel

Opgave 2 (25 punten)

Gegeven twee operatoren A en B, die werken in een ruimte van genormaliseerde functies $\Phi(x)$:

$$A\Phi(x) = x\frac{d}{dx}\Phi(x)$$

$$B\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} dy\, y\, \Phi(y)$$

a) Zijn A en B hermitisch.
Hint: de momentum operator p is hermitisch.

b) Bereken de commutator [A, B].

c) Druk de commutator [A, B] uit in A en B

d) Bepaal de eigenwaarden en eigenfuncties van B.

Iedere opgave op een apart vel
Naam, adres, studentnummer, studierichting en jaar van eerste inschrijving op ieder vel

Opgave 3 (25 punten)

Beschouw een één-dimensionaal golfpakket $\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} dp\, N(p)\, exp\left(i\, p/\hbar - i\, p^2 t/2\, m\hbar\right)$, dat op $t = 0$ gegeven wordt door $\psi(x,0) = N_0\, exp\left(-(x - x_0)^2/a^2 + i\, p_0 x/\hbar\right)$ met $N_0 = \left(a^2\pi/2\right)^{-1/4}$ als normerningconstante.

a) Bepaal $\langle x \rangle$ en $(\Delta x)^2 \equiv \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$ op $t = 0$.

b) Geef een uitdrukking van N(p) waarbij U gebruik maakt van de Fouriertransformatie.

c) Bepaal N(p).
Hint: De Fourier-getransformeerde van een Gauss-verdeling is ....
Onzekerheidsrelatie

d) Bepaal $\langle x \rangle$ en $(\Delta x)^2 \equiv \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$ op een willekeurig tijdstip $t = \tau$.

e) Vergelijk Uw antwoord met het klassieke resultaat.

Opgave 4 (25 punten)

Een deeltje met massa *m* bevindt zich in een één-dimensionale potentiaal V(x), die gegeven wordt door

$V(x) = V_0 \quad (V_0 > 0)$	$-a < x < a$
$V(x) = 0$	$-b < x < -a$
$V(x) = 0$	$a < x < b$
$V(x) = \infty$	$x > b$
$V(x) = \infty$	$x < -b$

a) Teken een grafiek van deze potentiaal en geef de Schrödinger-vergelijking voor dit probleem.

b) Geef de oplossingen van de Schrödinger-vergelijking, onder de veronderstelling $E > V_0$, voor ieder van de gebieden
$-a < x < a$
$-b < x < -a$
$a < x < b$
$x > b$
$x < -b$

c) Geef de expliciete randvoorwaarden waaraan de golffuncties moeten voldoen.

d) Gebruik symmetrie eigenschappen om de randvoorwaarden te vereenvoudigen.

e) Leidt uit de randvoorwaarden een vergelijking af voor de eigenwaarden van de energie. Bepaal de limiet van deze vergelijking voor $V_0 \to 0$ en vergelijk deze met de eigenwaarden vergelijking van een simpele rechthoekige put met afmeting 2b.